DESVENDANDO O MISTÉRIO DA SOMA DOS TERMOS DE UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA INFINITA

Mário Lucio Alexandre
Universidade Federal de Uberlândia
mariomla@hotmail.com

Maria Teresa Menezes Freitas
Universidade Federal de Uberlândia
mtmfreitas@gmail.com

Ana Paula Silva
Universidade Federal de Uberlândia
aninha_imagem@yahoo.com.br

Resumo: Este texto relata um dos trabalhos realizados em uma escola estadual de uma cidade do interior de Minas Gerais. Trata-se das especificidades de um mini-curso ministrado por dois professores estagiários. O foco foi essencialmente o conteúdo de progressões aritméticas e geométricas. Esta experiência – vivenciada durante o segundo semestre de 2009, no período de desenvolvimento de estágio vinculado à disciplina Estágio Supervisionado 3 do Curso em Matemática de uma Instituição Pública – mostrou que vale a pena investir na capacidade dos alunos, incentivando a busca de uma compreensão das fórmulas Matemáticas. Além disto, vislumbrando os problemas propostos, tentamos expor para os discentes que a matemática é uma ciência que todos podem aprender.
Palavras-chave: Estágio; Educação matemática; Progressões geométricas.

Estágio: um momento reflexivo

O estágio constitui uma etapa importante do período acadêmico, neste caso especificamente de alunos do Curso de Licenciatura em Matemática. Este momento possibilita a interação com o meio escolar oferecendo ao aluno a oportunidade de assumir o papel de professor, isto é, antes a identidade assumida era de discente. Nesta posição a visão do ambiente escolar parece ser comum e rotineira, entretanto no período de estágio aparece a oportunidade de observar de forma critica o espaço escolar. Por meio deste contexto existe a possibilidade e até mesmo a necessidade de visualizar os obstáculos e dificuldades encontradas durante todo o processo de ensino-aprendizagem, além de deslumbrar os prazeres que a docência pode proporcionar. Nos termos legais o Estágio Curricular Supervisionado é concebido como:

> [...] o tempo de aprendizagem que, através de um período de permanência, alguém se demora em algum lugar ou ofício para aprender a prática do mesmo e depois poder exercer uma profissão ou ofício. Assim o estágio curricular supervisionado supõe uma relação pedagógica entre alguém que já é um profissional reconhecido em um ambiente institucional de trabalho e um aluno estagiário. Por isso é que este momento se chama estágio curricular supervisionado.
>
> (CNE/CP 28/2001, p. 10)

Assim, as orientações legais solicitam que o aluno seja também preparado para o trabalho durante seus estudos. Ponderando sobre este fato e, ainda percebendo a importância nos dias atuais de se preocupar com o currículo, propusemos para os alunos do ensino médio a emissão de um documento, com características de um certificado em reconhecimento para aqueles participantes que tivessem bom desempenho no mini-curso que seria ministrado pelos professores/estagiários. Assim, os jovens estudantes de nível médio teriam, além da oportunidade de agregar novos conhecimentos, acrescentar ao seu currículo um certificado.

Para desenvolver este trabalho optamos por uma escola estadual e, o objetivo era elaborar um mini-curso relacionado às progressões aritméticas e geométricas que pudesse despertar o interesse dos alunos e envolvê-los de modo a compreender significativamente este conteúdo. Parece ser importante registrar que este tema foi definido com a anuência e sugestão dos professores do campo de estágio.

Percebemos que ao trabalhar com matemática estamos enfrentando um grande desafio, pois este conteúdo tem sido associado, pela maioria dos alunos, a uma disciplina difícil de ser aprendida. Acreditamos que esta ciência requer o raciocínio lógico e preciso por parte do discente e, por isso, sua compreensão pode vir a se tornar trabalhosa. Neste sentido, justificamos o interesse por este conteúdo específico de matemática por acreditar que na maioria das vezes o mesmo é proposto tendo como foco a aplicação de fórmulas, desmerecendo suas possíveis relações, aplicabilidade e curiosidades.

O mini-curso foi desenvolvido durante onze semanas e para cada uma delas foram elaborados planejamentos que possibilitaram uma dinâmica mais apropriada, dispensando assim improvisações que poderiam comprometer o aprendizado dos alunos. Os mesmos foram agrupados em quatro turmas de cardinalidades diferenciadas, pois se procurou atender o máximo de alunos possível sempre levando em conta o cuidado com a qualidade das aulas.

Uma escolha: aulas investigativas

Tendo em vista que a prática comum no ensino de matemática tem sido aquela em que os professores expõem oralmente os conteúdos e posteriormente aplicam e/ou propõem exercícios que muitas vezes são aplicações diretas de fórmulas, optamos por implementar um diferencial na dinâmica das aulas do mini-curso. Nosso intuito era o de vislumbrar uma aprendizagem menos mecânica e garantir a compreensão do conteúdo identificando-o em diferentes contextos. Acreditamos ser necessário trabalhar com novos processos metodológicos para incentivar o aluno, pois nos dias atuais o mesmo chega à escola com sobrecarga de informações sem refinamento das mesmas ou compreensão de sua aplicabilidade.

Assim as aulas investigativas foram o nosso foco na preparação do mini-curso, pois acreditamos que esta estratégia de ensino propicia que o conhecimento aconteça de forma significativa tanto para o aluno quanto para o professor. Além disso, aulas que priorizem um contexto de investigação podem estimular os discentes, pois este tipo de experiência privilegia a aprendizagem matemática de todos. A leitura de experiências anteriores nos impeliu a acreditar que tais momentos investigativos possibilitam aos alunos uma oportunidade para adquirir a capacidade e o gosto de pensar matematicamente, ressaltando também que nesta proposta de trabalho os discentes ficam instigados a utilizar a matemática em seu dia-a-dia. Desta forma, o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem,

> [...] ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor.
> (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2003, p. 23).

Na proposta de trabalho percebíamos que não haveria somente etapas a serem seguidas tentando dar sentido ao conteúdo, mas aos poucos tomávamos ciência de que estávamos lidando com algo que sempre estaria inacabado, assim traçávamos caminhos a serem percorridos que não sabíamos onde iriam chegar, pois a criatividade do aluno e as interações estabelecidas durante o processo de desenvolvimento das propostas norteariam todo o curso do trabalho.

Concordando com Ponte (2003) compreendemos que as aulas investigativas são momentos para explorar atividades desafiadoras, que estimulem o raciocínio lógico ~~e~~ dando um real significado para o estudante, não sendo exatamente um momento de explorar problemas difíceis. Ponte afirma que

> [...] investigar não representa obrigatoriamente trabalhar com problemas difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado.
>
> (PONTE, 2003, p. 9)

A investigação matemática vem ganhando espaço nos currículos brasileiros. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental fazem referência a atitudes investigativas quando apresentam como um dos objetivos para o ensino fundamental.

> [...] explicitam o papel da Matemática no ensino fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.
>
> (BRASIL, 1998, p.15)

As aulas ministradas durante o desenrolar do mini-curso tiveram uma proposta com características investigativas que possibilitaram que o nosso trabalho começasse com a formulação de questões intrigantes e para as quais não encontramos respostas imediatas. Vale ressaltar que mantínhamos um diálogo com os alunos enquanto trabalhavam na tarefa proposta e depois de um processo e discussão coletiva chegávamos a conclusões e considerações necessárias. Com isso o ambiente de ensino-aprendizagem se mostrava mais significativo para os envolvidos nesse processo.

Um encontro que merece destaque

Durante o mini-curso muitas aulas, ou melhor, muitos encontros com os alunos merecem um destaque especial. Optamos aqui por ressaltar o momento em que introduzimos a soma dos termos de uma progressão geométrica (P.G) infinita. Pensando na mesma, tínhamos como objetivo elaborar um momento investigativo pelo fato de cremos que essas propostas se mostram bastante proveitosas. Acreditávamos que com esta estratégia de ensino os alunos tornam-se “donos” do processo de construção do seu próprio conhecimento. Observando que alguns livros didáticos trazem quase que somente a fórmula de maneira isolada – desvalorizando todo o processo e pensamentos usados para determiná-la – propusemos um roteiro para alcançar o objetivo com características de uma aula investigativa. Em seguida destacaremos o processo de construção realizado por um aluno[1] juntamente com o roteiro elaborado por nós. Os discentes foram esclarecidos de que o objetivo da atividade proposta seria determinar uma fórmula que possibilitasse calcular a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita, levando-se em conta as fórmulas obtidas em momentos anteriores do mini-curso. Apresentamos a seguir as perguntas que fizeram parte do nosso roteiro de trabalho.

Pergunta 01: Baseado na fórmula da soma dos termos de uma P.G. finita, onde poderemos relacioná-la com infinitos termos?

Figura 01: Variável n

[1] Aluno com presença regular no mini-curso.

Pergunta 02: Sabemos que a razão é fundamental para uma P.G. no caso de uma infinidade de termos, onde, na fórmula, especificamente a razão se relaciona com a quantidade de termos?

$$q^n$$

Figura 02: Relação entre a razão e o número de termos

Neste momento alguns alunos apresentaram dificuldades para correlacionar a “letra (n)” que representava a quantidade de números, no caso infinito, com a “razão (q)”, assim indagamos onde as duas letras apareciam juntas, que era justamente a parte da soma dos termos onde havia a relação citada.

Em continuidade solicitamos aos alunos que fizessem testes utilizando sua resposta anterior para algumas situações relatando separadamente para cada caso o que foi observado.

• q > 1

$$2^1 = 2$$
$$2^2 = 4$$
$$2^3 = 8$$
$$2^4 = 16$$
$$2^5 = 32$$

Para o caso q > 1 os nºs resultante aumentam até o infinito

Figura 03: Teste para a razão maior que um

• q < 0

$$-2^1 = (-2)$$
$$-2^2 = 4$$
$$-2^3 = (-8)$$
$$-2^4 = 16$$
$$-2^5 = (-32)$$

Para o caso q < 0 os nºs resultantes alternam-se entre positivos e negativo ou seja, para ambos os lados da reta.

Figura 04: Teste para a razão menor que zero

• q = 1

$1^1 = 1$
$1^2 = 1$
$1^3 = 1$
$1^4 = 1$
$1^5 = 1$

Figura 05: Teste para a razão igual a um

• q = 0

$0^1 = 0$
$0^2 = 0$
$0^3 = 0$
$0^4 = 0$
$0^5 = 0$

Para o caso q = 0 os nº resultantes continuam 0.

Figura 06: Teste para a razão igual a zero

• $0 < q < 1$

$1/2 = 0,5$ $1/32 = 0,03125$
$1/4 = 0,25$ $1/64 = 0,015625$
$1/8 = 0,125$ $1/128 = 0,0078125$
$1/16 = 0,0625$

Figura 07: Teste para a razão entre zero e um

Para efetuar as contas os alunos não apresentaram dificuldades, no entanto quando as operações que deveriam ser realizadas apresentavam frações os mesmos recorreram a algum recurso que facilitasse os cálculos e utilizaram a calculadora dos aparelhos celulares.

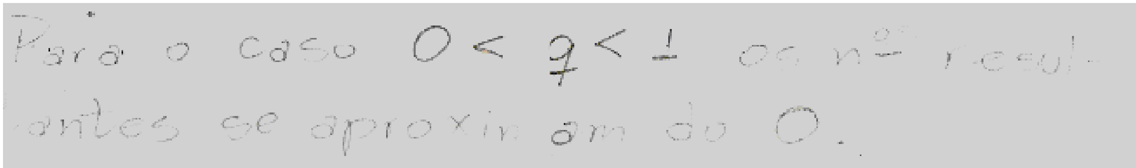

Figura 08: Conclusão para a razão entre zero e um

Para facilitar os cálculos para os alunos decidimos restringir o intervalo (0 < q < 1) em que a razão poderia variar, assim trabalharíamos com uma progressão geométrica decrescente, mas deixamos claro que a restrição não afetaria o processo de desenvolvimento. Optamos por introduzir, mesmo que intuitivamente e de forma sutil, o conceito de limite da soma conseguindo determinar a expressão que permite calcular a soma dos termos de uma P.G. infinita.

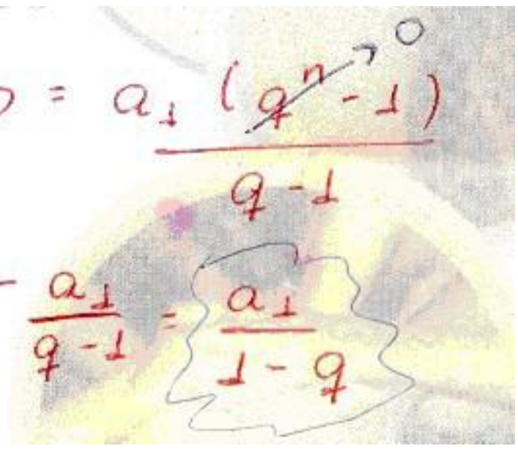

Figura 09: Soma dos termos de uma P.G. finita

Praticamente todos os momentos de sala de aula eram permeados de diálogos entre os alunos e entre os professores-estagiários e os alunos. Quando uma dúvida surgia todos tentavam se ajudar estando ou não no mesmo grupo.

Considerações finais

O filosofo Heráclito disse que "Não nos banhamos duas vezes no mesmo rio" assim podemos perceber que todas as coisas mudam sem cessar, e o que temos diante de nós em dado momento é diferente do que foi há pouco e do que será depois. Pensamos que tal frase relaciona-se com o aprendizado, pois se trata de um processo contínuo de construção de conhecimentos e que muda a cada instante. Vale ressaltar que carregamos conosco durante todo o período de estágio as expectativas do começo do mini-curso. Lembrávamos que tínhamos como foco principal atingir os alunos de alguma maneira compartilhando com os mesmos alguns dos nossos conhecimentos. Mas sabíamos que nem tudo seria perfeito, porque se fosse fácil nem teria graça. Assim, alguns empecilhos surgiram durante essa caminhada de desenvolvimento do estágio, mas estávamos cientes do nosso papel como educador e a necessidade de ser mediador de todo o processo de construção do conhecimento. Acreditamos ter deixado com os alunos uma semente de incentivo e curiosidade para que se envolvam com a Matemática. Esta experiência nos fez refletir sobre os diferentes caminhos que podemos trilhar no processo de vir a ser um professor que contribui para a aquisição do conhecimento não só dos alunos, mas também do nosso próprio.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais : Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC / SEF, 1998. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf >. Acesso em: 15 maio. 2010.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. Parecer CNE/CP 28/2001

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.