

AS POTENCIALIDADES DAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Ivanete Zuchi Siple

Universidade do Estado de Santa Catarina- UDESC

iva@joinville.udesc.br

Resumo: A questão da integração da TICE (Tecnologia de Informação e Comunicação aplicadas à Educação), no ensino da Matemática, tomou um lugar importante no contexto da pesquisa, tanto em nível internacional como nacional. Tal importância é devida tanto no que concerne à oferta de instrumentos tecnológicos à educação, quanto à evolução da própria pesquisa, a qual nos possibilita compreender melhor as implicações dessa integração tecnológica no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Neste trabalho, abordaremos as potencialidades de algumas tecnologias gratuitas no ensino da matemática, tanto na formação inicial do docente como na formação continuada. Trata-se de alguns resultados oriundos de uma pesquisa em desenvolvimento no Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Sistemas aplicados ao Ensino – PEMSA, do departamento de Matemática, da Universidade do Estado de Santa Catarina- UDESC.

Palavras-chave: Trabalho colaborativo; Tecnologia; Formação inicial e continuada.

INTRODUÇÃO

As potencialidades das ferramentas tecnológicas e a integração destas no contexto escolar modificam os equilíbrios existentes no processo de ensino e aprendizagem e requerem novas adaptações, tanto dos professores e alunos quanto da instituição. Estas modificações estão intimamente ligadas com as potencialidades das novas ferramentas que abrem novas possibilidades para a aprendizagem.

As pesquisas convergentes têm evidenciado a complexidade da integração das tecnologias no ensino; a formação inicial e/ou continuada dos professores geralmente é frágil para integrar a TICE em suas classes, e os professores que gostariam de realizar essa integração não dispõem facilmente de recursos pedagógicos apropriados (Guin & Trouche, 2002). Em nível nacional, a integração da tecnologia na sala de aula, em todos os níveis de escolaridade, também é frágil conforme evidenciam algumas pesquisas que abordam essa temática (Bittar, 2006; Brandão, 2005). Essas pesquisas mostram que os professores, sejam eles de ensino fundamental, médio ou superior, não têm efetivamente integrado a tecnologia em suas aulas. Também evidenciam situações onde os alunos de

licenciatura saem de seu curso com um conhecimento insuficiente das potencialidades dos softwares disponíveis para o ensino da matemática.

Brandão (2005, apud Bittar, 2006) mostrou que apenas 4,9% dos professores dos cursos de licenciatura em Matemática do Estado do Mato Grosso do Sul utilizam o laboratório de informática com seus alunos. Esses dados incluem tanto as disciplinas de Matemática quanto as disciplinas de Prática de Ensino.

Oras, como exigir então que o licenciando saia apto a utilizar a tecnologia com seus próprios alunos uma vez que ele mesmo desconhece ou pouco conhece sobre o uso de software para a aprendizagem matemática? Temos, muitas vezes, situações paradoxais, pois os alunos de licenciatura passam por todo seu curso sem terem estudado auxiliado pela informática, apesar de que isso poderia ter contribuído com sua aprendizagem. O paradoxo aparece ao final do seu curso, quando ele deverá compreender que é importante usar tecnologia com seu aluno, pois essa contribui com a aprendizagem matemática. Nos parece que esse é um dos desafios a serem vencidos pela formação de professores. (Bittar, 2006, p.3)

Entretanto, no contexto institucional, há uma forte pressão pela integração das TICE nos cursos de licenciatura em matemática, conforme observamos no extrato

Desde o início do curso o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se sua utilização para o ensino de matemática, em especial para a formulação e solução de problemas. É importante também a familiarização do licenciando, ao longo do curso, com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática” (Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, 2001, p. 6).

Nesse contexto, o desenvolvimento de recursos que permitem a integração das tecnologias no ensino de matemática toma, em diferentes países, um espaço considerável na pesquisa em educação matemática. Com a integração das TICE novos elementos aparecem, em especial, a necessidade de desenvolver recursos didáticos para implementação das atividades em sala de aula, onde o trabalho colaborativo entre professores e pesquisadores tem um papel chave.

NOVOS RECURSOS, NOVA FORMA DE TRABALHO.

A temática de concepção de recursos e socialização pelo professor tem conquistado um espaço importante na pesquisa de educação matemática e o desafio é compreender como essa pesquisa pode enriquecer os ambientes de aprendizagem.

Nosso trabalho de didáticos consiste em identificar, com os professores e com seus propósitos, as ferramentas técnicas que nem sempre são descritas nos trabalhos matemáticos teóricos, mas que permitem gerar currículos reais que os professores aplicam no dia-a-dia, fornecendo-lhes resultados, dispositivos, e estratégias de ensino de acordo com o programa. (Trouche et al 2007, p.6, tradução livre)

Conceber e/ou adaptar recursos pedagógicos que possibilitem explorar as potencialidades das ferramentas tecnológicas é um dos objetivos da pesquisa desenvolvida no grupo de pesquisa PEMSA-UDESC. O trabalho desenvolvido nessa equipe alterna fases de encontro presenciais entre os professores e pesquisadores e também fases a distância mediada por espaço de trabalho virtual, onde os professores e pesquisadores podem criar, adaptar, propor e compartilhar os recursos produzidos. A dinâmica realizada neste grupo foi fruto da experiência¹ vivenciada no projeto e-CoLab (expérimentation Collaborative de Laboratoire de mathématiques) desenvolvido no Institut National de Recherche Pédagogique, na França, no qual participaram professores implicados nos IREM (Institut de Recherche en Enseignement des Mathématiques-França) de Lyon, Paris e Montpellier e pesquisadores de diferentes países (Aldon et al, 2008).

A concepção das atividades matemáticas que integram o uso de softwares gratuitos no ensino de matemática é baseada nos seguintes pressupostos: explorar as potencialidades dos softwares para o ensino Cálculo e Geometria Analítica; possibilitar atividades comuns, que possam ser exploradas, adaptadas e socializadas por alunos da licenciatura e os professores do ensino fundamental e médio da rede pública de Joinville-SC; acompanhamento da instrumentação, ainda que emergente, elaborando atividades matemáticas que permitem uma apropriação desse novo instrumento, cujas particularidades (potencialidades e complexidades técnicas) não são, geralmente, equivalentes com outros softwares até então explorados. De acordo com Guin & Trouche (2008), a concepção e a socialização de recursos pedagógicos supõem uma

¹ Pesquisa em nível de Pós-Doutorado realizada com apoio financeiro da CAPES.

homogeneidade que permite aos usuários uma melhor apropriação. Dessa forma, a concepção de atividades matemáticas para integrar as ferramentas tecnológicas contempla frequentemente dois aspectos que estão intimamente relacionados: os aspectos pedagógicos e os aspectos técnicos.

ALGUMAS POTENCIALIDADES DOS SOFTWARES GRATUITOS PARA A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA

De maneira a explorar as potencialidades dos softwares Winplot e GeoGebra no ensino da matemática, e apoiando-se sobre experiências do projeto e-CoLab, foram desenvolvidas atividades de geometria, integral definida, superfícies cilíndricas e integrais. As experimentações destas atividades foram realizadas numa turma de terceira fase do curso de Licenciatura em Matemática-UDESC, na disciplina de Laboratório de Ensino, durante o segundo semestre de 2009, em cursos de extensão destinados aos professores de matemática do ensino fundamental e médio do município de Joinville, no período 2008-2009 e em oficinas na I Semana da Matemática, envolvendo alunos do curso de licenciatura e professores do ensino médio.

Descreveremos algumas destas atividades desenvolvidas que exploram as potencialidades dos recursos dinâmicos do GeoGebra em tópicos de geometria, as quais foram aplicadas aos professores da rede pública e alunos da licenciatura em Matemática.

A atividade “*onde está o centro*” tem por objetivo explorar propriedades relativas ao baricentro e ao ortocentro de um triângulo. A questão é: *O centro de gravidade de um triângulo está sempre no interior do triângulo?* Na área de trabalho do GeoGebra, o aluno deve construir um triângulo qualquer e encontrar o centro de gravidade dele, após, com as potencialidades dos recursos da geometria dinâmica, deformar o triângulo e, experimentalmente, verificar o que acontece com o centro de gravidade. Pode-se repetir essa atividade para o ortocentro.

Num trabalho colaborativo entre os professores da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e a disciplina de Laboratório de Ensino foi desenvolvida a atividade de integral definida, usando a soma de Riemann. As aplicações da integral

definida aparecem em cálculos de área, volumes, perímetro, conceitos de trabalho, energia, dentre outras. Como motivação, pode-se começar com a ideia de área.

Em geometria elementar o conceito de área é desenvolvido a partir da área de um quadrado e depois estendida a todos os polígonos, a começar pelo retângulo, seguido do paralelogramo e do triângulo. Chega-se a um polígono qualquer decompondo-o em triângulos. Mas como estender essa noção a uma figura com perímetro curvo, como o círculo? Arquimedes resolveu esse problema no caso do círculo e outras figuras geométricas simples, como um segmento de parábola, aproximando essas figuras por uma sequência infinita de polígonos. (Ávila, 2006, p.193).

Nosso objetivo é estimar o valor da área de uma determinada região usando o somatório das áreas de retângulos, explorando, para isso, as potencialidades dos recursos dinâmicos do GeoGebra. Seja a área de uma região delimitada pelo gráfico de uma função positiva f , pelo eixo das abscissas e pelas retas $x = a$ e $x = b$. Considere, por exemplo, a curva $y = x^2 + 3$ delimitada pelo eixo das abscissas e pelas retas $x = -2$ e $x = 2$. No GeoGebra, o aluno pode plotar o gráfico da função $y = x^2 + 3$ e inserir retângulos no intervalo $[-2,2]$. Pode-se começar considerando o somatório das áreas dos retângulos circunscritos (soma superior) e o somatório das áreas dos retângulos inscritos (soma inferior) na região delimitada, como os ilustrados na Fig1, obtidos da seguinte maneira: dividindo o intervalo $[a,b]$ em n subintervalos iguais, de comprimentos $\Delta x = \frac{b-a}{n}$. Na Fig 1, a estimativa da área foi realizada com 5 partições e na Fig 2 com 100 partições no intervalo $[-2,2]$.

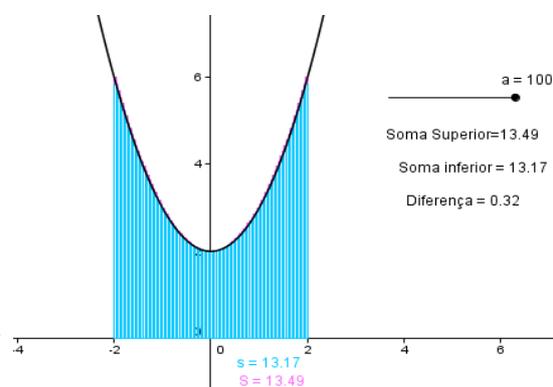
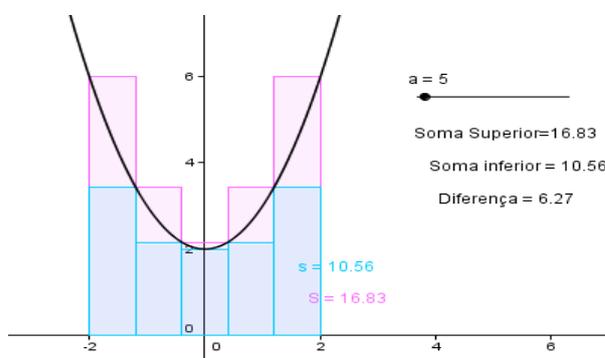
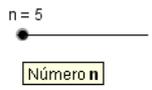


Figura 1: estimativa da área com 5 partições.

Figura 2: estimativa da área com 100 partições.

Uma questão interessante a ser abordada é o que acontece com a diferença entre os somatórios das áreas dos retângulos circunscritos e inscritos quando aumentamos o número de partições no intervalo dado. O que aconteceria com esta diferença se dividisse este intervalo em n subintervalos, com n muito grande? Isto pode ser feito de maneira dinâmica usando os recursos do GeoGebra. A Fig 3 apresenta um modelo da *ficha-aluno* para a realização dessa tarefa contemplando um roteiro técnico no item *manipulação e conselho* para que o usuário, que ainda não domina a ferramenta, seja capaz de realizar a tarefa.

Após o aluno realizar vários experimentos no ambiente computacional, pode-se, então, trabalhar com a formalização no ambiente lápis e papel, da definição de uma função integrável.

Enunciado : Determine a área da região delimitada por $y = x^2 + 3$, $x = -2$, $x = 2$ e $y = 0$, usando integral de Riemann	
Procedimento	Manipulação e conselho
Na área de entrada do Geogebra, digitar a função $f(x) = x^2 + 3$	Digite: $x^2 + 3$
Inserir n retângulos no intervalo $[-2,2]$	Selecionar o menu <i>seletor</i>  Escolher a quantidade de retângulos a ser inserida no intervalo $[-2,2]$ (por exemplo, $1 \leq n \leq 100$)
Fazer uma estimativa da área no intervalo dado <ul style="list-style-type: none"> Qual é o valor da soma das áreas de 5 retângulos circunscritos? Qual é o valor da soma das áreas de 5 retângulos inscritos? Qual é o valor da soma das áreas de 100 retângulos circunscritos? Qual é o valor da soma das áreas de 100 retângulos inscritos? 	Comandos utilizados: <i>SomaSuperior</i> [função, valor do x inicial, valor do x final, número de partições] <i>SomaInferior</i> [função, valor do x inicial, valor do x final, número de partições] Para o exemplo dado, no campo de entrada digite os comandos: <ul style="list-style-type: none"> $SomaSuperior[f, -2, 2, n]$ $SomaInferior[f, -2, 2, n]$
No ambiente lápis e papel, responder: <ul style="list-style-type: none"> O que acontece com a diferença entre os somatórios das áreas dos retângulos circunscritos e inscritos quando aumentamos o número de partições no intervalo dado? O que aconteceria com esta diferença se dividisse este intervalo em n subintervalos, com n muito grande? Como determinar a área delimitada por 	Com o mouse faça variar o valor de n (número de retângulos inscritos) <div style="text-align: center;">  </div>

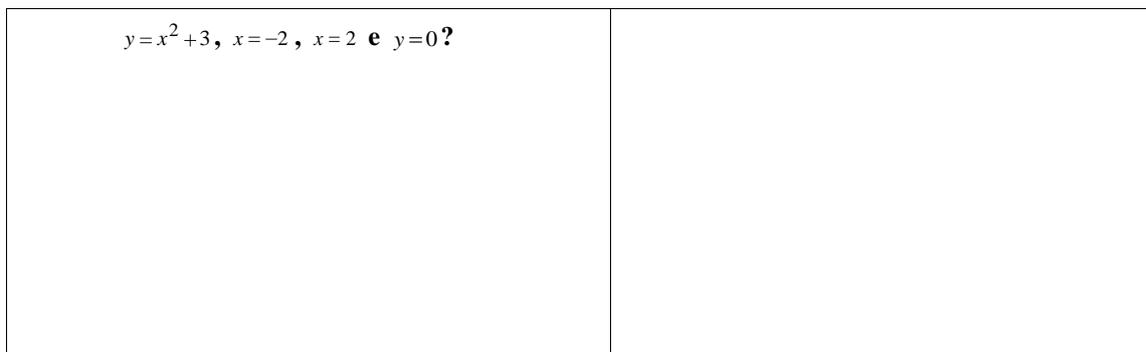


Figura 3: Ficha aluno – atividade área

De acordo com D’Ambrosio (1986), o uso de computadores possibilita não somente reconhecer na área de experimentos uma fonte de ideias matemáticas e um campo para a ilustração de resultados, mas também um lugar onde permanentemente ocorrerá confrontação entre teoria e prática. Borba e Penteadó (2003) também ressaltam a importância da experimentação, enfatizando que “as novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e as calculadoras gráficas, permitem que os alunos experimentem de modo semelhante ao que fazem nas aulas de experimentais de biologia ou de física” (Borba e Penteadó, 2003, p.37).

Outra potencialidade dos softwares para o ensino da matemática é o uso dos recursos da visualização gráfica tridimensional. A visualização não é novidade em matemática: os antigos gregos usavam visualização de uma maneira fundamental. O que é novo é a capacidade de visualização de modernos softwares computacionais e calculadoras que proporcionam novos desafios para modificar o currículo e obter novas práticas pedagógicas com o uso destas ferramentas (Blyth, 2006, p.17). O uso dos recursos tridimensionais do Winplot pode auxiliar os estudantes no estudo de Geometria Analítica e no cálculo de integrais de Funções de Várias Variáveis. Em Geometria Analítica é possível explorar os recursos gráficos do Winplot para trabalhar a definição de superfícies cilíndricas. Consideremos apenas as superfícies cilíndricas cuja diretriz é uma curva que se encontra num dos planos coordenados e a geratriz é uma reta paralela ao eixo coordenado não contido no plano. Tomamos, por exemplo, a diretriz como sendo a parábola $y = x^2$. No ambiente 2D do Winplot, pode-se traçar o gráfico desta diretriz, usando a função explícita, conforme ilustra Fig 4. A superfície cilíndrica é gerada pela geratriz, que se move paralelamente ao eixo z , em contato permanente com

a parábola. Para traçar o cilindro no Winplot, ilustrado pela Fig 5, após traçada a curva diretriz, utiliza-se o comando do menu *secções*, estabelecendo uma altura para o cilindro.

Nos recursos tridimensionais do Winplot, pode-se plotar o gráfico de superfícies e também construir o volume delimitado por essas. Entretanto, o gráfico da interseção de superfícies é melhor visualizado quando se utiliza a representação das superfícies no sistema de coordenadas paramétricas. Por exemplo, a Fig 6 ilustra o volume do sólido delimitado pelos parabolóides $z = x^2 + y^2$ e $z = 8 - x^2 - y^2$, construído no Winplot, utilizando coordenadas cartesianas, enquanto a Fig 7 ilustra tal volume utilizando a parametrização de superfícies. Observem que a visualização gráfica é muito melhor apresentada pela Fig 7. Isso pode motivar o estudante a aprender um novo conceito matemático e com o auxílio da representação gráfica entender melhor a interseção das superfícies e a visualização desta curva no espaço tridimensional, possibilitando um melhor entendimento da representação algébrica e gráfica.

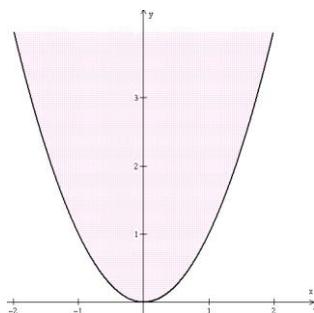


Figura 4: projeção da curva diretriz no plano xy

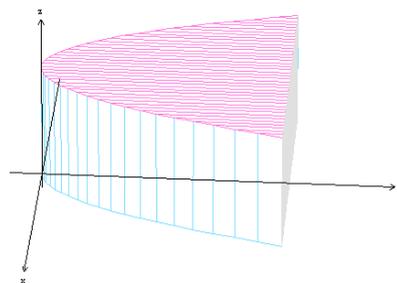


Figura 5: cilindro parabólico

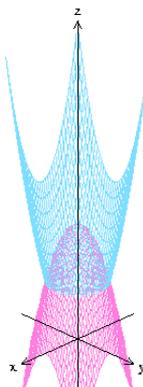


Figura 6: Sólido em coordenadas cartesianas

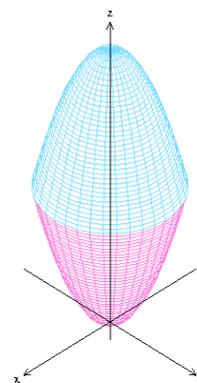


Figura 7: Sólido em coordenadas paramétricas

As potencialidades das múltiplas formas de representação matemática proporcionadas pelo trabalho integrado no ambiente lápis e papel, no ambiente computacional e no trabalho colaborativo entre professores podem dar um novo caráter à aula de Matemática, considerando que essa prática pode propiciar ao aluno uma aprendizagem mais significativa.

CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS

As potencialidades de um ambiente informatizado estão sempre ligadas com a construção das atividades que possam explorar esses recursos, sendo que o problema não se resume somente a uma questão de adaptação de uma dada atividade em outro ambiente. É necessário criatividade para propor tais atividades levando em consideração que essas potencialidades representam uma contribuição à aprendizagem da matemática. As possibilidades que os instrumentos tecnológicos oferecem para o ensino de cálculo, geometria e álgebra necessitam, por parte dos professores, uma forte implicação e um grande trabalho colaborativo. A questão do trabalho colaborativo dentro do domínio da educação não é nova, mas deve ser compreendida como um processo contínuo, fruto de trocas entre os pesquisadores, professores e alunos. Devemos lembrar que é a aplicação dos recursos em classe que fizeram (e fazem sempre) encontrar pistas de prolongamentos e evoluções dos recursos.

É necessário não somente conhecimento a priori ligado às características instrumentais das novas ferramentas, mas propor recursos suscetíveis de revelar a riqueza de um trabalho matemático que a banalidade do problema e o hábito de sua resolução no ambiente lápis e papel poderão esconder. A exploração da articulação entre os diferentes quadros, mediados por um instrumento tecnológico, pode potencializar elementos importantes na aprendizagem da matemática.

Compreender as potencialidades dos novos ambientes complexos para a aprendizagem e ensino da matemática exige uma forte reflexão e um trabalho árduo em equipe. Após as descobertas das potencialidades dos ambientes informatizados e a sua real integração em sala de aula, ainda resta um longo caminho a percorrer: novas situações didáticas a construir, viabilidades técnicas e físicas a testar e difusão de experimentações, as quais alimentam as evoluções dos recursos pedagógicos, levando em consideração que a concepção dos recursos deve articular não só aqueles técnicos e

pedagógicos (os quais são frutos de trocas de experiências, de sugestões propostas por diferentes membros, de observações realizadas em sala de aula), mas também de uma progressiva instrumentação dos diferentes autores engajados num trabalho colaborativo.

REFERÊNCIAS

ALDON, G. et all. **Nouvel environnement technologique, nouvelles ressources, nouveaux modes de travail : le projet e-CoLab** (expérimentation Collaborative de Laboratoires mathématiques), Répères-IREM 72 et EducMath, 2008.

ÀVILA, G. **Análise Matemática para a Licenciatura**. 3ª edição, Editora Edgard Blücher, 2006.

BITTAR, M. Possibilidades e dificuldades da incorporação do uso de softwares na aprendizagem da matemática. Um estudo de caso: o software aplusix. Anais do **III Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática**, São Paulo, 2006.

BLYTH, B. Multiple integration – visualization and animation using maple. In **the Proceedings of the Seventeenth Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics**, Edited by Joanne Foster., Copyright (C) by Pearson Education, Inc, 2006

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BRANDÃO, P. C. R. **O uso de software educacional na formação inicial do professor de Matemática: uma análise dos cursos de licenciatura em Matemática do Estado de Mato Grosso do Sul**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação, Campo Grande, 2005.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade a ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2.ed. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. da UNICAMP, 1986

Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura - CNE/CES 1.302/2001

GUIN, D. ; & TROUCHE, L. **Calculatrices Symboliques: transformer un outil en un instrument du travail mathématique: un problème didactique**. Grenoble: La Pensée sauvage, 2002.

GUIN, D. ; JOAB, M. ; TROUCHE, L. (dir.) **Conception collaborative de ressources pour l'enseignement des mathématiques**, l'expérience du SFoDEM (2000-2006), INRP et IREM (Université Montpellier 2).cd rom, 2008.

TROUCHE, L ; DURAND-GUERRIER, V. ; MARGOLINAS, C. ; MERCIER, A. Quelles ressources pour l'enseignement des mathématiques? **Actes des journées mathématiques** INRP. Lyon, France: INRP. 2007, juin 14 et 15.