
UMA APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA, EM UMA PEQUENA PROPRIEDADE RURAL

Paulo Cléber Mendonça Teixeira
Universidade Federal do Tocantins - UFT
clebermt@uft.edu.br

Allana Souza e Silva
Universidade Federal do Tocantins - UFT
allana_silva18@hotmail.com

Resumo: Este artigo apresenta um resultado da proposta de implementação do projeto “A construção do conhecimento matemático na sala de aula via modelagem matemática”, a modelagem, enquanto estratégia alternativa para o ensino da matemática possibilitando ao aluno estudar as aplicações da matemática. Neste estudo, enfatizou-se o laticínio de uma pequena propriedade rural, no Estado do Tocantins.

Palavras-chave: Laticínios; Modelagem Matemática; Ensino da Matemática.

Introdução

O objetivo principal da Matemática é a representação da realidade por meio de conhecimentos e instrumentos que permitam interpretar, criar significados e desenvolvimento lógico para resolver problemas, participar do meio em que vive. A Matemática está presente nas relações em sociedade, o que indica sua importância no processo de aquisição do conhecimento, na escola e na própria estrutura social. Com isso o ensino de Matemática deve assumir um compromisso com o educando e ao mesmo tempo com a sociedade. Para estudar o conteúdo programático pode-se utilizar como ponto de partida, exemplos contextualizados que tenham relação com o dia a dia do aluno. Nesse sentido, Mendonça (1993, p. 13), destaca que:

A Modelagem Matemática é vista como um processo de sentido global que tem início numa situação real problematizada, para a qual buscaremos a solução através de um modelo matemático que traduzirá, em linguagem matemática, as relações naturais do problema de origem.

O trabalho com Modelagem Matemática traz mais motivação para os alunos e professores, pois facilita a aprendizagem, dá novo sentido aos conteúdos, promove o desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo, incentiva a utilização da Matemática

em outras áreas, desenvolve habilidades de exploração e compreensão da Matemática, contribuindo com o pensamento crítico (SCHEFFER; et al., 2006).

De acordo com Bassanezzi (2006, p. 16) a “Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. O que tem se mostrando eficaz tanto para dar significado aos conteúdos matemáticos trabalhados como a construção do conhecimento matemático em si, podendo ser utilizada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem.

No ambiente de aprendizagem de modelagem “os alunos podem desenvolver muitas ações, como realizar operações aritméticas, gerar equações, fazer desenhos, traçar gráficos e, principalmente, produzir discursos” (BARBOSA, 2007, P. 162)

Nessa proposição o artigo em questão versar em construir modelos para fazer um comparativo entre a venda do leite e do queijo, a fim de analisar qual é a mais lucrativa, utilizando a Modelagem Matemática como metodologia, relacionado os conteúdos matemáticos, de forma que o problema diário seja transformado em um problema matemático.

Desenvolvimento

O primeiro passo, para que realmente se pudesse começar a fazer algum tipo de cálculo relacionado à fabricação do queijo.

Descrição do problema: O que é mais lucrativo? Vender o queijo ou o leite?

A princípio devemos caracterizar a propriedade em questão: A propriedade pesquisada foi a fazenda Paz e Amor, localizada a 16 km da cidade de Couto Magalhães, Estado do Tocantins, de propriedade do Senhor Antônio Ferreira, seu segmento de produção é familiar, com uma área cultivável em 23 há, o número de pessoas na família são quatro, com um



Figura 1. Fazenda Paz e Amor.
Imagem: Allana Silva*

manejo manual, uma produção de leite diária de 35 litros e o veículo utilizado no transporte da mercadoria é uma motocicleta.

A fabricação do queijo: antes de qualquer coisa, vamos conhecer um pouco do seu processo. Ingrediente para produzir 1 kg de queijo: 10 litros de leite, 50 g de sal e 0,60 g de coalho em pó. Materiais necessários: uma faca, uma forma furada, um balde de forma retangular.

Modo de fazer o queijo: primeiramente é retirado o leite das vacas conforme Figura 1, coar o leite em um pano, em seguida colocar no balde, conforme Figura 2, aquecer numa temperatura média de 35°C a 40°C. Adicionar o coalho e uma pintada de sal, Figura 3, previamente diluído em um pouco de água, misturando ao leite e mexendo. Tampar o balde e deixá-la em um lugar que a mantenha a temperatura constante.

A coagulação deverá acontecer em torno de 40 a 50 minutos. Verificar se a coalhada está no ponto, se estiver cortar a massa com a faca em pequenos cubos, em seguida mexer a massa com a escumadeira, por 5 minutos com intervalos de 3 minutos de descanso, por um período de 30 minutos.



Figura 2: Coando o leite.
Imagem: Allana Silva



Figura 3: Adicionando o coalho ao leite.
Imagem: Allana Silva

Aquecer a massa a temperatura de 38°C, mexendo sempre. Retira-se todo o soro com o auxílio de um balde. Salgar a massa com 50 g de sal ou a gosto. Colocar a massa na forma, em seguida prensar com as mãos, conforme a figura 4. Vira-se o queijo na forma e novamente prensar a massa com as mãos.

Após este trabalho, retira-se o queijo, colocando o mesmo em um forma retangular, ver figura 5, por aproximadamente 5 dias, virando-o todos os dias, após esse período, fazer a lavagem, utilizando-se de soro fresco, de outros queijos.

Para o acondicionamento e manuseio é necessário que o local seja livre de insetos e poeira, para que o queijo não se contamine, podendo ser colocado em uma geladeira. Figura 6.



Figura 4: Prensagem da massa
Imagem: Allana Silva



Figura 5: Prensagem e retirada do soro.
Imagem: Allana Silva



Figura 6: Armazenamento do queijo
Imagem: Allana Silva

Calculo dos custos para a fabricação do queijo em um mês.

Um pote com 50 g coalho custa R\$ 3,20, para produzir 1 kg de queijo, são necessários 10 litros de leite. Como a produção diária é de 35 litros, num mês, teremos 1050 litros de leites e usando 0,6 g de coalho para fazer 1 kg de queijo.

Usando as variáveis: P para produção de leite mensal; C_c para coalho usado na produção de 1 Kg de queijo; Q para quantidade de litros de leite para fazer 1 kg de queijo; C_p = pote com 50 g de coalho e C_{RS} = valor do pote com 50 g de coalho,

Podemos calcular o custo do coalho no mês, através desta fórmula:

$$C = [(C_{RS} \times P \times C_c) / (Q \times C_p)] \quad (01)$$

Substituindo os valores na equação (01), obtemos:

$$C = [(3,20 \times 1050 \times 0,6) / (10 \times 50)] = 4,032$$

Então, o custo mensal do coalho é de R\$ 4,03.

Custo do sal em um mês:

O sal usado é comprado por R\$ 0,85 o 1 Kg, na receita são gastos 0,50 g para cada Kg de queijo, pode-se calcular o custo do sal para produção mensal. Usando a formula:

$$S = [(S_{R\$} \times S_Q \times P) / (Q \times S_{kg} \times 1000)] \quad (02)$$

onde: S_Q = é a quantidade de sal usado na preparação de 1 Kg de queijo; $S_{R\$}$ é o valor do sal para 1 Kg de sal e S_{kg} é a quantidade de sal 1 kg, com os dados encontrados e substituindo na fórmula (02), obtermos:

$$S = [(0,85 \times 50 \times 1050) / 10 \times 1 \times 1000] = 4,4625$$

Logo o custo mensal do sal é de R\$ 4,46.

Custo do transporte mensal: A distância da fazenda a cidade de Couto Magalhães é de 16 km, sabendo que ele faz entregas 2 vezes por semana, o veículo usado na entrega dos queijos e do leite é uma motocicleta que percorre 26 km com um litro de combustível, o valor do litro de combustível na cidade de Couto Magalhães é de R\$ 2,95, podemos calcular ao custo do transporte usado pelo agricultor no mês, usando a fórmula:

$$D = \{[8 \times N \times L_L \times D_m) / D_d] \times L_{R\$}\}$$

(03)

onde: n é a quantidade de viagens na semana; D_{km} é km percorrido da fazenda a cidade de Couto Magalhães; L_L é a quantidade do combustível; D_d é quantos km a moto faz com um litro de combustível e $L_{R\$}$ é valor de um litro de combustível, com os dados encontrados e substituindo na fórmula (03), obtermos:

$$D = \{[8 \times 2 \times 16 \times 1 / 26] \times 2,95\} = 29,04615$$

Logo o custo mensal do combustível é de R\$ 29,05.

Quadro 1 : Representação das despesas Leite / Queijo

| DESCRIÇÃO | LEITE | QUEIJO |
|------------------------|------------|------------|
| PASTAGEM | R\$ 120,00 | R\$ 120,00 |
| RAÇÃO | R\$ 84,00 | R\$ 84,00 |
| SAL MINERAL | R\$ 1,20 | R\$ 1,20 |
| GÁS | ----- | R\$ 12,00 |
| ENERGIA ELETRICA | R\$ 32,00 | ----- |
| DESPESAS COM VACINAÇÃO | R\$ 25,00 | RR\$ 25,00 |
| COALHO | ----- | 4,03 |
| SAL | ----- | 4,46 |
| TRANPORTE | 29,05 | 29,05 |

| | | |
|-------|--------|--------|
| TOTAL | 291,25 | 279,74 |
|-------|--------|--------|

Com o Quadro 1, podemos calcular em dados brutos, qual produção gera o maior montante, para fazer um comparativo, para 1050 litro de leite, podemos produzir um Montante (M_Q) de queijo, $M_Q = P / Q = 1050/10 = 105$.

Logo, produzir 1050 litros de leite equivale a produzir 105 Kg de queijo. Ainda em dados brutos, os preços praticados são os seguintes (18 de dezembro de 2009);

Leite: R\$ 0,75 o litro e o queijo: R\$ 8,00.

Receita para o leite: $RL = \text{valor do leite no dia} \times \text{quantidade de leite produzido}$,

$$RL = 0,75 \times 1050 = 787,50.$$

Receita para o queijo: $RQ = \text{valor do queijo do dia} \times \text{quantidade de queijo produzido}$, $RQ = 8,0 \times 105 = 840,00$.

Com o gráfico podemos, analisar o lucro líquido de cada produto:

$L = R - D$, onde: $L = \text{lucro final}$; $R = \text{receita}$ é o dado bruto da venda mensal do leite e queijo e $D = \text{despesa mensal}$ com a obtenção do leite e a produção do queijo.

Observando, em dados brutos, vender queijo é mais vantajoso que o leite, mas, devemos analisar também as despesas referentes à receita mensal, conforme destaca o gráfico 1.

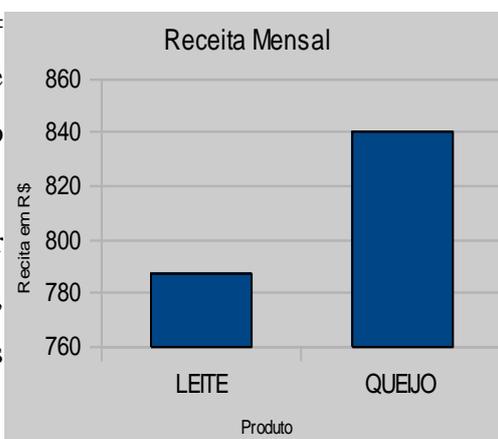


Gráfico 1: Receita mensal

Usando o modelo matemático para o queijo, usaremos a fórmula seguinte:

$$L_q = R - (D_a + D_m + D_t + D_i) \quad (05)$$

onde: R é a receita mensal do queijo; D_a é a despesas com a alimentação do rebanho; D_m é a despesas de manutenção do rebanho; D_t é a despesas com transporte e D_i é a despesas de investimento. Aplicando na fórmula (5), obtermos:

$$L_q = 840,00 - (205,20 + 25,00 + 29,05 + 20,49) = 560,26.$$

Logo, se o produto comercializado for apenas o queijo, no final do mês ele terá um lucro de R\$ 560,26.

Usando o modelo matemático para o leite, usaremos a fórmula:

$$L_L = R - (D_a + D_m + D_c + D_t) \quad (06)$$

Onde: D_c é a despesas para conservação do leite. Aplicando a fórmula (6), obtermos

$$L_L = 787,50 - (205,20 + 25,00 + 32,00 + 20,49) = 504,81.$$

Portanto, se o agricultor vendesse apenas leite, teria um lucro no final do mês de R\$ 504,81, como indica o gráfico 2.

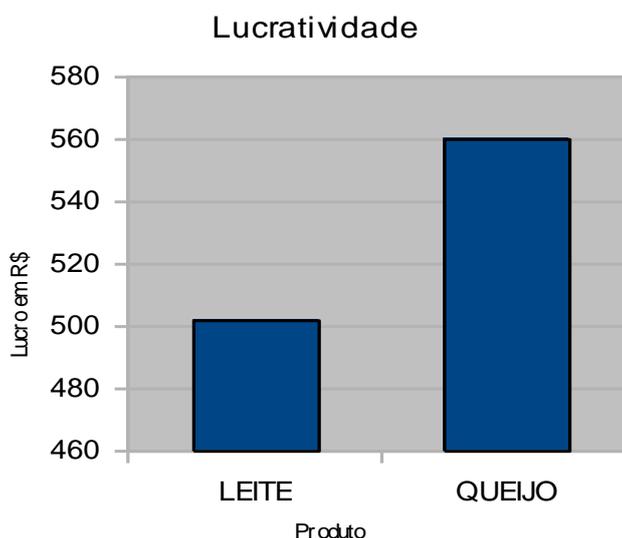


Gráfico 2: Lucro – leite e queijo

Fazendo a comparação da lucratividade no gráfico 3, temos que;

A função que analisar a lucratividade, do lucro por cada litro de leite (P_L) é o quociente entre Lucro(L) e o número de litros (N_L), usando a fórmula:

$$P_L = (L / N_L)$$

Calculando a função que representa a lucratividade do leite em função dos litros é: $P_{LEITE} = (L_{LEITE} / P) \cdot (N_L)$. Logo, usando os dados na fórmula, obtermos:

$P_{LEITE} = (501,81 / 1050) \cdot (N_L) = 0,48 \cdot (N_L)$. Que é a função da lucratividade do leite em função dos litros.

Calculando a função que representa a lucratividade do queijo em função dos litros é $P_{QUEIJO} = [L_{QUEIJO} / (10 \cdot P)] \cdot (N_L)$, logo, usando os dados na fórmula, obtermos: $P_{QUEIJO} = [560,26 / (10 \cdot 105)] \cdot (N_L) = 0,53 \cdot (N_L)$, que é a função a lucratividade do queijo em função dos litros. Representado no Gráfico1.

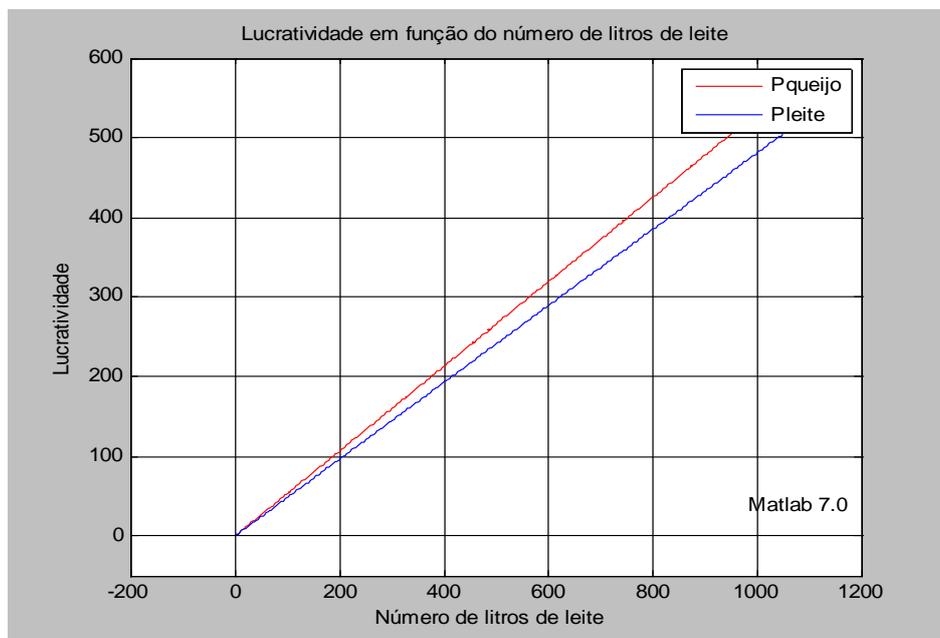


Gráfico 3: Relação de lucro

Analisando o gráfico 1, observa-se que é mais vantagem fazer o queijo pra vender do que vender o leite, isto quando usando a lucratividade em função do número de litros de leite.

Conclusão

Quando escolhemos o tema “UMA APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA, EM UMA PEQUENA PROPRIEDADE RURAL”, tínhamos como objetivo investigar uma comparação do preço de custo na produção do queijo e do leite, para um pequeno agricultor do Estado do Tocantins. Esta pesquisa, inicialmente de aparência despreziosa, despertou o interesse em buscar o conhecimento da Matemática não só como conteúdo, mas também como uma maneira para resolver o problema em questão.

Ao pensarmos a Modelagem Matemática como um método de ensino conseguimos associar a nossa modelagem com vários conteúdos de Matemática. No ensino: função linear, regra de três, razão, mudança de sistema de medida entre outros e na estatística, coleta de dados e gráficos.

Verificamos também, que embora o lucro seja maior com a fabricação e venda do queijo, este não tem tanta comercialização entre a população local, fato este, que leva o produtor a produzir uma pequena quantidade para o comércio, sendo para ele mais vantajoso a venda e leite, pois segundo seu relato, “o leite nunca sobra e o mesmo não acontece com o queijo”.

Isso mostra que se devem apontar vários caminhos para que, em algum momento, possam ser planejadas atividades em que a essência da Modelagem Matemática revele-se, em aplicações, ao aluno, problemas na vida do modelador

Referências

MENDONÇA, M. C. D. **Problematização**: Um caminho a ser percorrido em Educação Matemática. Tese – UNICAMP, 1993.

Referências Consultadas

BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. **Modelagem matemática na educação matemática brasileira**: pesquisa prática educacionais. Recife: SMEM, 2007.

BASSANEZI, R. C. **Ensino aprendizagem com modelos matemáticos**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2006.

SCHEFFER, et al. **Matemática e tecnologias**: Modelagem Matemática. Erechim/RS: Edifapes, 2006.